毛管束モデルによる凍土の不凍水量と透水係数の評価

Unfrozen Water Amount and Hydraulic Conductivity in a Bundle of Tubes under Subzero Temperature

○渡辺晋生*1
Kunio Watanabe

1. はじめに

凍土中の物質移動を考える際，凍土の不凍水量や不飽和透水係数を知ることが重要である．凍土中の不凍水量については，これまでにも幾つかの経験的あるいは理論モデルが提案されてきた．また透水係数については，インピーダンスファクター等を用いて未凍土の不飽和透水係数から推定することが多い．しかしながら，こうした不凍水量と透水係数の関係については，未だほとんど説明がなされていない. ところで, 常温の不飽和土の水分量と透水係数の関係は，しばしば土中間隙を異なる径の毛管の束とみたてた毛管束モデルで説明される．そこでここでは，毛管束モデルを凍土に適用し，凍土の温度低下に伴う不凍水量と透水係数の変化を検討する．

2. 理論

2.1 毛管内の水の流れ

半径 R，長さ L の水で満ちた円筒状の毛管内の水が，両端の圧力差ΔP により流れている場合を考える. 毛管内の壁面で滑りなしの条件を仮定すれば，流速 Q はポワズイユ則で示される．次に，この毛管の中央に，半径 r_i の円筒状の氷が存在する場合を考える．氷表面においても毛管壁同様に滑りなしの条件を仮定すれば，流速は

$$Q = \frac{\pi \Delta P}{8\eta L}\left[R^4 - r_i^4 + \frac{\left(R^2 - r_i^2\right)^2}{\ln\left(r_i / R\right)}\right] \tag{1}$$

となる．ここで，ηは粘性係数である．式(1)から毛管内の流速が氷の発生・成長により急激に低下することがわかる．

2.2 凍土の透水係数

毛管束モデルでは, 径の異なる毛管(長さ L)の束をねじってまとめ, 長さ L_T，断面積 A_T の土カラムと見なす．このカラム両端に圧力差$\Delta H = \Delta P/\rho g$ を考えると, ポワズイユ則に従い土カラムに水が流れる．

$$J_w = \frac{\pi \rho_w g}{8\eta}\frac{\Delta H}{L}\sum_{J=1}^{M} n_J R_J^4 \tag{2}$$

ここで J_w は土カラムの水フラックス，ρは水の密度，g は重力加速度，N_J は半径 R_J の毛管の数，$n_J = N_J/A_T$ は単位断面積中の毛管の数，M は毛管束を形成する径の異なる毛管のサイズ数である．各径の毛管の数は，土の保水曲線(マトリックポテンシャル h と水分量θの関係)より求める．すなわち，保水曲線を等間隔の水分量$\Delta\theta$で分割し，この際の $h(\theta)$を決定し，$r > R_J = 2\sigma/\rho g h_J$ の毛管内の水は全て排水されると見なす. ここで, σは空気-水間の界面自由エネルギーである．したがって，式(2)にこれらの関係を代入し，ダルシー則との相同性を考えれば，不飽和土の透水係数が導かれる．

$$K\left(\theta_s - k\Delta\theta\right) = \frac{\sigma^2 \Delta\theta}{2\eta\rho_w g}\frac{L_T}{L}\sum_{J=1}^{M}\frac{1}{h_J^2} \tag{3}$$

次に，上述の毛管束が 0℃以下に置かれた場合を考える．温度 T がバルクの水の凝固点 T_m を下回ると, 毛管中央部の水は比較的速やかに凍結し，円筒状の氷を形成する．しかし，毛管壁近傍の水は，毛管壁の表面力によりバルクの水の凝固点では凍結しない．van der Waals 力のみを考えれば，毛管壁と円筒氷間の不凍水膜厚さ d は

$$d = \left[-\frac{A}{6\pi\rho_i L_f}\left(\frac{T_m}{T_m - T}\right)\right]^{1/3} \tag{4}$$

で与えられる。ここで A は Hamaker 定数，L_f は氷の潜熱である．一方，氷の核はある臨界径以下では安定に存在できない．この臨界径 r_{GT} と温度の関係は Gibbs-Thomson 効果で示される．すなわち，$R_J - d(T) < R_{GT}(T)$ のとき $R_{iJ} = 0$ (氷なし)，$R_J - d(T) > R_{GT}(T)$のとき $R_{iJ} = R_J - d(T)$と見なせば，式(1)とダルシー則より，式(5)の凍土の不飽和透水係数と式(6)の不凍水量が導ける．

$$K\left(\theta_s - k\Delta\theta\right)_{\text{frozen}} = \frac{\rho_w g \pi}{8\eta}\frac{L_T}{L}\sum_{J=1}^{M} n_J\left[R_J^4 - r_{iJ}^4 + \frac{\left(R_J^2 - r_{iJ}^2\right)^2}{\ln\left(r_{iJ} / R_J\right)}\right] \tag{5}$$

$$\theta_{\text{unfrozen}} = \pi\sum_{J=k+1}^{M} n_J\left(R_J^2 - r_i^2\right) \tag{6}$$

3. 実際の土への応用

図 1 に鳥取砂丘砂と藤の森シルトロームに対して式(5)(6)を適応して求めた不凍水量と透水係数の関係を示す．この際，両土の保水曲線には，実測値にフィッティングした van Genuchten 式を用いた．図中には，カラム実験で求めた実測値も示した．凍土の透水係数は不凍水量の減少と伴い低下した．毛管束モデルは実測値をよく表した．透水係数は氷量には依存せず，また不飽和度の影響はわずかだった．温度が低下すると，砂では細かい間隙が少ないため，比較的速やかに氷を含む間隙中の流れが支配的になった．一方，シルトロームでは，粗間隙に氷が生じると未凍結の微細間隙中の流れが支配的になり, -10℃においても氷を含む間隙中の流れが全体の流れに占める割合はわずかであった．間隙が氷を含む場合と含まない場合では，透水係数の減少傾向が異なった．このため，凍土においては温度低下にしたがい，透水係数減少傾向に変曲点が生じた．

4. おわりに

毛管束モデルを用いて，凍土中の不凍水量の減少に伴う透水係数の変化を示した．毛管束モデルは実際の土とはいくつかの点で異なるが，実際の系と等しい性質を多く持つ．毛管束モデルは溶質濃度の影響の考慮も容易であり，数値モデルへ適応できれば，より現実的な凍土中の物質移動を再現することが可能になると考えられる．

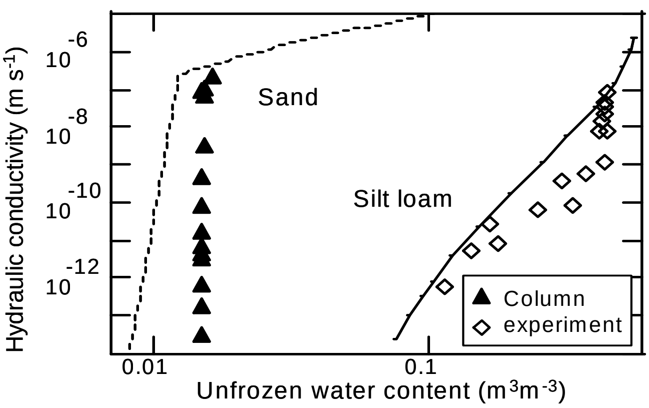

図 1　毛管束モデルで求めた凍土の透水係数.

*1　三重大学大学院生物資源学研究科　准教授・博士（学術）　Associate Professor, Graduate School of Bioresources, MieUniversity, Ph.D.