

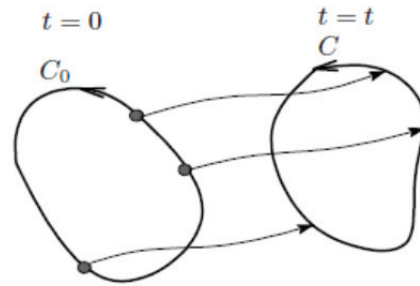
Kelvin の循環定理の直感的理解の仕方

三重大学・大学院生物資源学研究所

教授・立花義裕

2012年9月23日

- 時刻 $t=0$ のとき、任意の閉曲線 Loop_0 で一周積分した循環を C_0 とする
- 流体は常にグニョグニョと動いているので、 δt 秒後の時刻 δt では、その閉曲線 Loop_0 上の点は、異なった位置に移動し、その閉曲線の形も異なった形状になっているであろう。その新たな閉曲線を Loop_1 と名付ける。



- 時刻 δt における閉曲線 Loop_1 の沿って一周積分した循環を C とする。
- このとき、ある条件を満たす場合は、 $C=C_0$ である。つまり、循環は不変である。これを Kelvin の循環定理と呼ぶ。
- Loop_0 と Loop_1 の長さが違うこともあるであろう。環の長さが大きくなるということは、道のりが長くなることである。循環が等しくなるためには、線に沿った平均速度が遅くならないといけない。角運動量の保存則では、回転の半径伸びると、速度が遅くなることを学んだことを思い出そう。このことから Kelvin の循環定理は、角運動量保存則の流体バージョンというふうに理解すればわかりやすいかもしれない。

Kelvin の循環定理での注意事項

- 流体粒子の移動に沿った見方をしているので、Lagrange 的にみた場合、循環の時間変化は無いということである。言い換えれば、循環の Lagrange 微分がゼロであることと同じ意味。
- ストークスの定理から、循環とはそのリングの中の渦度の総和を意味するので、時間が経過しても同一のリング内の渦の総和は変わらないことを意味する。
- 最初に渦が無い場合は、未来にも渦は存在しないことも理解できるであろう。つまり、最初に渦が無ければ、渦は未来永劫発生しない。
- 逆に、最初に渦があった場合は、その渦は未来永劫渦は消滅しない。
- これらから、渦は消滅もしなければ生成もしない。渦の不生不滅と言い換えることもできる。
- どんな場合でもこの定理が成立するのではなく、ある条件の基でのみ成立することを忘れてはいけない。それは講義中に述べる。